

Settima Esercitazione di Metodi matematici per l'informatica (Canale A-D)

Francesco Davì

19 dicembre 2008

Strumenti per l'esercitazione

Regole dei diversi metodi

- Tavole di verità

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	(F)	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	(V)	F	F	V	V

- Tableau

<i>Prima regola (α)</i> $\neg\neg X$ X	<i>Seconda regola (β)</i> $X \rightarrow Y$ \wedge $\neg X \quad Y$	<i>Terza regola (α)</i> $\neg(X \rightarrow Y)$ $X, \neg Y$
<i>Quarta regola (α)</i> $X \wedge Y$ X, Y	<i>Quinta regola (β)</i> $\neg(X \wedge Y)$ \wedge $\neg X \quad \neg Y$	<i>Sesta regola (β)</i> $X \vee Y$ \wedge $X \quad Y$
<i>Settima regola (α)</i> $\neg(X \vee Y)$ $\neg X, \neg Y$	<i>Ottava regola (β)</i> $X \leftrightarrow Y$ \wedge $X, Y \quad \neg X, \neg Y$	<i>Nona regola (β)</i> $\neg(X \leftrightarrow Y)$ \wedge $X, \neg Y \quad \neg X, Y$

- Hilbert

(Assioma 1) $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$
 (Assioma 2) $\vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
 (Assioma 3) $\vdash (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Modus Ponens (MP):

$$\frac{\vdash A \quad \vdash A \rightarrow B}{\vdash B}$$

Regola di deduzione:

$$\frac{U \cup \{A\} \vdash B}{U \vdash A \rightarrow B}$$

Regole di contrapposizione:

$$\frac{U \vdash \neg B \rightarrow \neg A}{U \vdash A \rightarrow B} \quad \frac{U \vdash A \rightarrow B}{U \vdash \neg B \rightarrow \neg A}$$

Regola di transitività:

$$\frac{U \vdash A \rightarrow B \quad U \vdash B \rightarrow C}{U \vdash A \rightarrow C}$$

Regola di scambio della premessa:

$$\frac{U \vdash A \rightarrow (B \rightarrow C)}{U \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)}$$

Regole della doppia negazione:

$$\frac{U \vdash \neg \neg A}{U \vdash A} \quad \frac{U \vdash A}{U \vdash \neg \neg A}$$

Esercizi

Esercizio 157. (6) Usando sia il metodo delle tavole di verità che il metodo dei tableau, verificare se l'enunciato

$$((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)$$

è una tautologia.

Esercizio 162. Si dimostri, usando il metodo di Hilbert, che

$$\vdash A \rightarrow (A \vee (B \wedge C)).$$

Esercizio *. Si dimostri, usando il metodo di Hilbert, che

$$\vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B).$$