

Quinta Esercitazione di Metodi matematici per l'informatica (Canale A-D)

Francesco Davì

21 novembre 2008

Esercizi preparatori per il primo esonero

1. Si considerino i seguenti insiemi: $A = \{\emptyset, 1, \{1, a\}\}$ e $B = \{\{1\}, 1, a\}$.
Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false, dove per un insieme I , $\wp(I)$ indica l'insieme delle parti di I .

- (a) $\{\emptyset\} \in \wp(B \setminus A)$
- (b) $(A \cap B) \subset (B \setminus A)$
- (c) $\{\emptyset, \{1\}\} \subset \wp(B \setminus A)$

2. Dati due insiemi A e B , si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- (a) Se $B = \emptyset$ allora $B \setminus A = \emptyset$
- (b) Se $B \neq \emptyset$ allora $B \setminus A \neq \emptyset$
- (c) Se $B = \emptyset$ allora $A \setminus B = \emptyset$

3. Sia $A = \{1, 2, 3\}$ e $R = \{(1, 2), (2, 3), (2, 1), (3, 2), (3, 1)\}$:

- (a) R è una relazione di equivalenza? In caso negativo specificare di quali proprietà non gode.
- (b) \underline{R} , la chiusura transitiva di R , è una relazione di equivalenza? In caso negativo specificare di quali proprietà non gode.

(c) $\underline{R} \setminus \Delta_A$, dove Δ_A è l'insieme delle coppie composte da elementi uguali di A (chiamati elementi diagonali, in questo caso $\Delta_A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$), è una relazione di equivalenza? In caso negativo specificare di quali proprietà non gode.

4. Calcolare l'inversa di R , \underline{R} e $\underline{R} \setminus \Delta_A$ dell'esercizio precedente.

5. Siano f e g funzioni totali tali che $f \circ g$ e $g \circ f$ sono definite. Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false.

(a) Se f e g sono iniettive allora $f \circ g$ è iniettiva

(b) Se f e g sono suriettive allora $g \circ f$ è suriettiva

6. Dimostrare per induzione che

$$\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{n}.$$

Qual è il minimo caso base ammissibile?