

# Seconda Esercitazione di Metodi matematici per l'informatica (Canale A-D)

Francesco Davì

10 ottobre 2008

## Strumenti per l'esercitazione

Dato un insieme  $I$ :

- L'insieme delle parti di  $I$  è  $\wp(I) = \{C : C \subseteq I\}$ , l'insieme che contiene tutti i sottoinsiemi di  $I$ ;
- La relazione  $R \subseteq I \times I$  gode della proprietà *riflessiva* se, per ogni  $a \in I$ , vale  $(a, a) \in R$ .
- La relazione  $R \subseteq I \times I$  gode della proprietà *antiriflessiva* se, per ogni  $a \in I$ , vale  $(a, a) \notin R$ .
- La relazione  $R \subseteq I \times I$  gode della proprietà *simmetrica* se, per ogni  $a, b \in I$ , si ha che se  $(a, b) \in R$  allora  $(b, a) \in R$ .
- La relazione  $R \subseteq I \times I$  gode della proprietà *antisimmetrica* se, per ogni  $a, b \in I$ , si ha che se  $(a, b) \in R$  e  $(b, a) \in R$  allora  $a = b$ .
- La relazione  $R \subseteq I \times I$  gode della proprietà *transitiva* se, per ogni  $a, b, c \in I$ , si ha che se  $(a, b) \in R$  e  $(b, c) \in R$  allora  $(a, c) \in R$ .
- Una relazione  $R \subseteq I \times I$  si dice *relazione di equivalenza* se gode delle proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva.

## Esercizi

**Esercizio \*.** Calcolare l'intersezione di ciascuno dei seguenti insiemi con il proprio insieme delle parti:

- (a)  $A = \{1, \{2\}\};$
- (b)  $B = \{\emptyset, 1\};$
- (c)  $C = \{1, \{1\}\};$
- (d)  $D = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}.$

**Esercizio 40.** Si elenchino tutte le proprietà di cui godono le seguenti relazioni e si dica quali sono relazioni di equivalenza:

- (a) la relazione che accoppia circonferenze del piano concentriche;
- (b) la relazione che accoppia solidi con lo stesso volume;
- (c) la relazione di inclusione insiemistica;
- (d) la relazione “essere parallelo a” (nel dominio delle rette del piano);
- (e) la relazione “essere perpendicolare a” (nel dominio delle rette del piano);
- (f) la relazione “essere divisore di” (tra numeri naturali).

**Esercizio 43.** Sia  $R(x, y)$  la relazione definita su  $\mathbb{Z}$  definita da “ $(x - y)$  è divisibile per 5”. Scrivere  $R$  in rappresentazione caratteristica e dimostrare che è una relazione di equivalenza.